

# Modelowanie charakterystyki obrotowej silnika

Dr inż. Robert JAKUBOWSKI

# Charakterystyka obrotowa silnika

- Charakterystyka obrazująca zmianę osiągów silnika w funkcji prędkości obrotowej – przeważnie dla zerowej wysokości i prędkości lotu (charakterystyka stoiskowa)

# ANALIZA SILNIKA PRZY BRAKU CHARAKTERYSTYKI SPREŻARKI

opracowano na podstawie:

Mattingly 2006: Elements Of Propulsion, Gas Turbines And Rockets rozdział 8

## **Engine Performance Analysis**

Gordon C. Oates: Aerothermodynamics of Gas Turbine and Rocket Propulsion rozdział 8

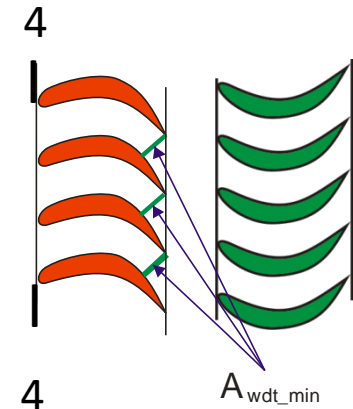
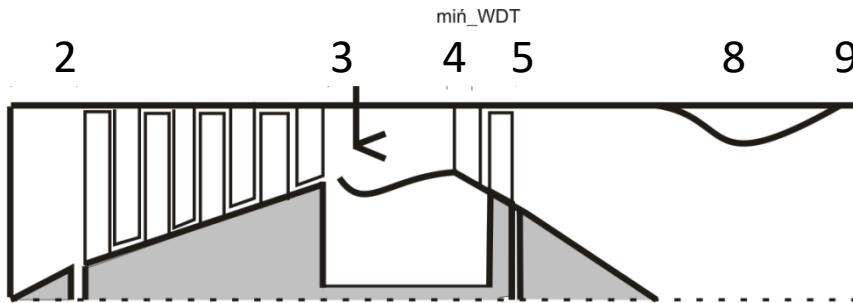
## **ENGINE OFF-DESIGN PERFORMANCE**

# Charakterystyka obrotowa dla silnika o nieznanych charakterystykach zespołów

- Założenia do wyznaczania charakterystyki:
  - Wskaźniki doskonałości procesów wewnętrznych w silniku pozostają na niezmiennym poziomie – takim jak w warunkach obliczeniowych
  - W przekroju minimalnym dyszy wylotowej i przekroju minimalnym wieńca dyszowego turbiny występuje przepływ krytyczny

# Analiza silnika – charakterystyka obrotowa

Przepływ krytyczny w wieńcu dyszowym turbiny



$$\dot{m}_{WDT\_min} = \dot{m}_{dysz\_min} = \dot{m}_5$$

Wydatek masowy spalin w wieńcu dyszowym jest krytyczny w analizowanym zakresie, stąd z równania przepływu determinuje on wydatek gazów w silniku

$$m_4 = m_{WDT} = A_{WDT\_min} \rho_{WDT\_min} c_{WDT\_min}$$

$$m_4 = A_{4\_min} \frac{p_{t4} \sigma_{WDT}}{\sqrt{\frac{R_T}{k_T} T_{t4}}} \left( \frac{k_T + 1}{2} \right)^{\frac{-k_T - 1}{2(k_T - 1)}}$$

Gdzie:

$$\rho_{WDT\_min} = \rho_{WDT\_kr} = \frac{p_{WDT\_kr}}{R \cdot T_{WDT\_kr}} = \frac{p_{t4} \sigma_{WDT}}{R_T T_{t4}} \left( \frac{k_T + 1}{2} \right)^{\frac{-1}{k_T - 1}}$$

$$c_{WDT\_min} = c_{WDT\_kr} = \sqrt{\frac{2k_T}{k_T + 1} R_T T_{t4}}$$

# Mapa sprężarki – wpływ TIT ( $T_{t4}$ )

Równanie przepływu dla sprężarki i turbiny

$$m_2 + m_f = (1 + f)m_0 = m_4 = \rho_{T\_min} c_{T\_min} A_{T\_min}$$

Dla przepływu krytycznego w wieńcu dyszowym turbiny

$$m_4 = \frac{p_{t4}}{\sqrt{T_{t4}}} A_{4\_min} \frac{\sigma_{WDT}}{\sqrt{\frac{R_T}{k_T}}} \left( \frac{k_T + 1}{2} \right)^{\frac{-k_T - 1}{2(k_T - 1)}} = C * \frac{p_{t4}}{\sqrt{T_{t4}}}$$

Zredukowany wydatek przepływu w sprężarce

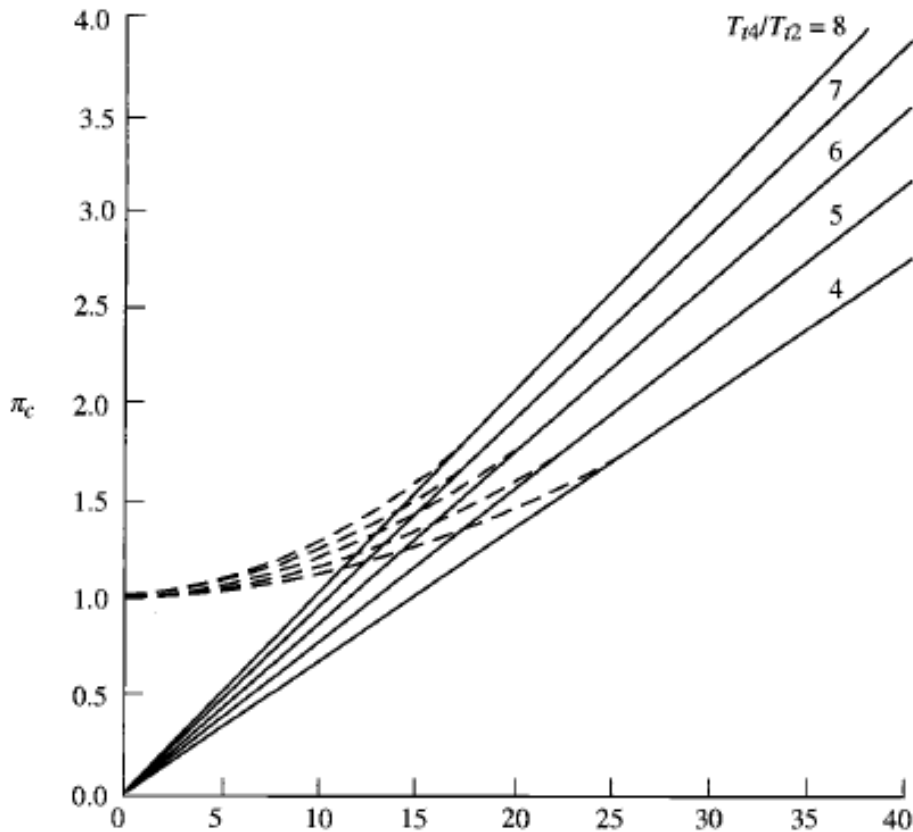
$$m_C = m_0 \frac{\sqrt{T_{t2}}}{P_{t2}} \quad m_0 = m_C \frac{P_{t2}}{\sqrt{T_{t2}}}$$

Zastępując  $m_0$  przez wydatek zredukowany w zależności 1, oraz wstawiając do zależności na przepływ krytyczny w turbinie otrzymuje się:

$$m_C = \frac{C}{1 + f} * \frac{p_{t4}}{P_{t2}} \frac{\sqrt{T_{t2}}}{\sqrt{T_{t4}}} \quad \text{Stąd wstawiając} \quad \pi_C = \frac{(1 + f)}{C * \pi_b} \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2}}} m_C$$

za  $p_{t4} = p_{t3} * \pi_b$

# Linie stałej temperatury na charakterystyce sprężarki



Przyjmując  $1 + f \approx 1$  można wyrazić:

$$\pi_c = \frac{(1 + f)}{C * \pi_b} \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2}}} m_c$$

Do momentu, gdy wydatek w turbinie jest krytyczny na charakterystyce sprężarki linie stałego stosunku temperatur w komorze spalania i na wlocie do sprężarki w silniku są liniami prostymi.

W dolnej części charakterystyki odchylenie od prostej dotyczy charakterystyk dla przepływu podkrytycznego – ta część charakterystyki będzie zależeć od prędkości lotu

# Analiza pracy turbiny

Z bilansu przepływu w zespole wylotowym określamy pracę turbiny (analiza przy pominięciu zmiany wydatku pomiędzy przekrojami 4-8 silnika):

$$m_4 = m_5 = m_8$$

Przy występowaniu rozprężu krytycznego także w przekroju minimalnym dyszy:

$$A_{4\_min} \frac{p_{t4}}{\sqrt{T_{t4}}} \sigma_{4\_min} \sqrt{\frac{k_T}{R_T}} \left(\frac{k_T+1}{2}\right)^{\frac{-k_T-1}{2(k_T-1)}} = A_8 \frac{p_{t5}}{\sqrt{T_{t5}}} \sigma_N \sqrt{\frac{k_T}{R_T}} \left(\frac{k_T+1}{2}\right)^{\frac{-k_T-1}{2(k_T-1)}}$$

Dla przepływu zdławionego w silniku (przepływ krytyczny w przekroju minimalnym wieńca dyszowego turbiny i w przekroju minimalnym dyszy)

$$\pi_T = \frac{\sigma_N}{\sigma_{4\_min}} \left( A_8 / A_{WDT\_min} \right)^{\frac{2k_T}{2k_T - \eta_{T\_pol}(k_T - 1)}} \text{ gdzie wykładnik wynosi ok 1,12}$$

przy niezmiennych przekrojach minimalnych wieńca dyszowego turbiny i przekroju minimalnego dyszy wylotowej otrzymuje się, że rozpręż w turbinach silnika jest stały – równy obliczeniowemu:

$$\pi_T = \pi_{T\_ob}$$

Z danych doświadczalnych dla silnika wynika że:

$$n / \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{tH}}} = const$$



# Linia współpracy turbina sprężarka

Z równania współpracy turbina sprężarka:

$$m_2 C_p (T_{3t} - T_{2t}) = m_2 (1 + f) C_{pT} (T_{4t} - T_{5t}) \eta_m$$

Stąd

$$T_{2t} C_p \left( \pi_C^{\frac{k-1}{k \eta_{C.pol}}} - 1 \right) = (1 + f) C_{pT} T_{4t} \left( 1 - \pi_T^{\frac{-\eta_{T.pol}(k_T-1)}{k_T}} \right) \eta_m$$

$$\frac{T_{4t}}{T_{2t}} = \frac{C_p \left( \pi_C^{\frac{k-1}{k \eta_{C.pol}}} - 1 \right)}{(1 + f) C_{pT} \left( 1 - \pi_T^{\frac{-\eta_{T.pol}(k_T-1)}{k_T}} \right) \eta_m} = \frac{C_2}{(1 + f)} \left( \pi_C^{\frac{k-1}{k \eta_{C.pol}}} - 1 \right)$$

Gdzie:

$$C_2 = \frac{C_p}{C_{pT} \left( 1 - \pi_T^{\frac{-\eta_{T.pol}(k_T-1)}{k_T}} \right) \eta_m}$$

# Linia współpracy turbina sprężarka c.d.

Wstawiając do zależności

$$\pi_c = \frac{(1+f)}{C * \pi_b} \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2}}} m_c$$

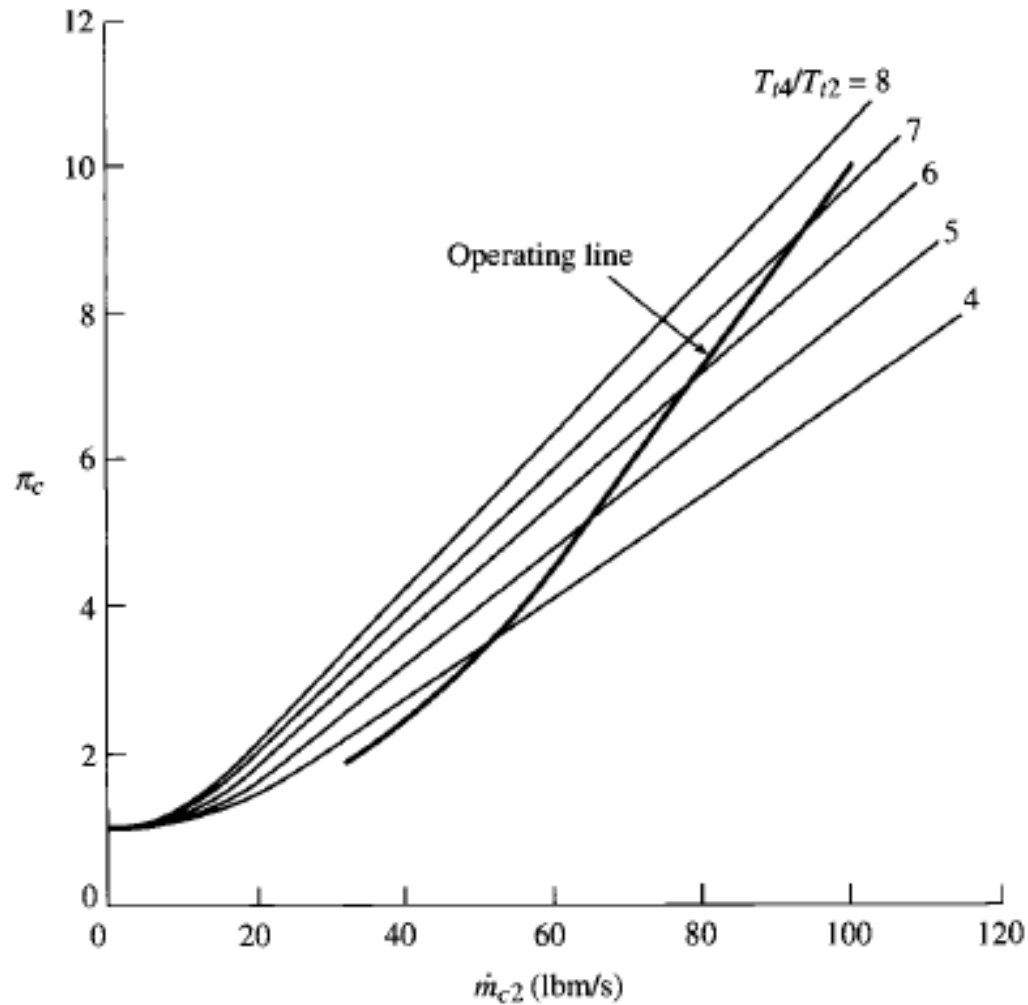
Zależność na  $T_{t4}/T_{t2}$

$$\frac{T_{4t}}{T_{2t}} = \frac{C_2}{(1+f)} \left( \pi_c^{\frac{k-1}{k*\eta_{c.pol}}} - 1 \right)$$

Otrzymujemy relację na linię współpracy

$$\frac{\pi_c}{\sqrt{\pi_c^{\frac{k-1}{k*\eta_{c.pol}}} - 1}} \frac{C * \pi_b}{\sqrt{C_2(1+f)}} = m_c$$

# Linia współpracy na charakterystyce sprężarki



# Przykład obliczeniowy

Obliczenia dla  $H=0$ ,  $V_h=0$ ,  $m=50$  kg/s

$$C = A_{4\_min} \frac{\sigma_{WDT}}{\sqrt{\frac{R_T}{k_T}}} \left( \frac{k_T + 1}{2} \right)^{\frac{-k_T - 1}{2(k_T - 1)}} = 0.00286 \quad A_{4\_min} = 0,0739 \text{ m}^2$$

$$C_2 = \frac{C_p}{C_{p_T} \left( 1 - \pi_T \frac{-\eta_{T\_pol}(k_T - 1)}{k_T} \right) \eta_m} = 6,47597 \quad \begin{array}{l} \pi_T = 1.983 \\ \eta_{T\_pol} = 0,88 \end{array}$$

# Wpływ zmiany pola przekroju minimalnego dyszy wylotowej na osiągi silnika

Zwiększenie  $A_8$  powoduje zwiększenie rozprężu na turbinie:

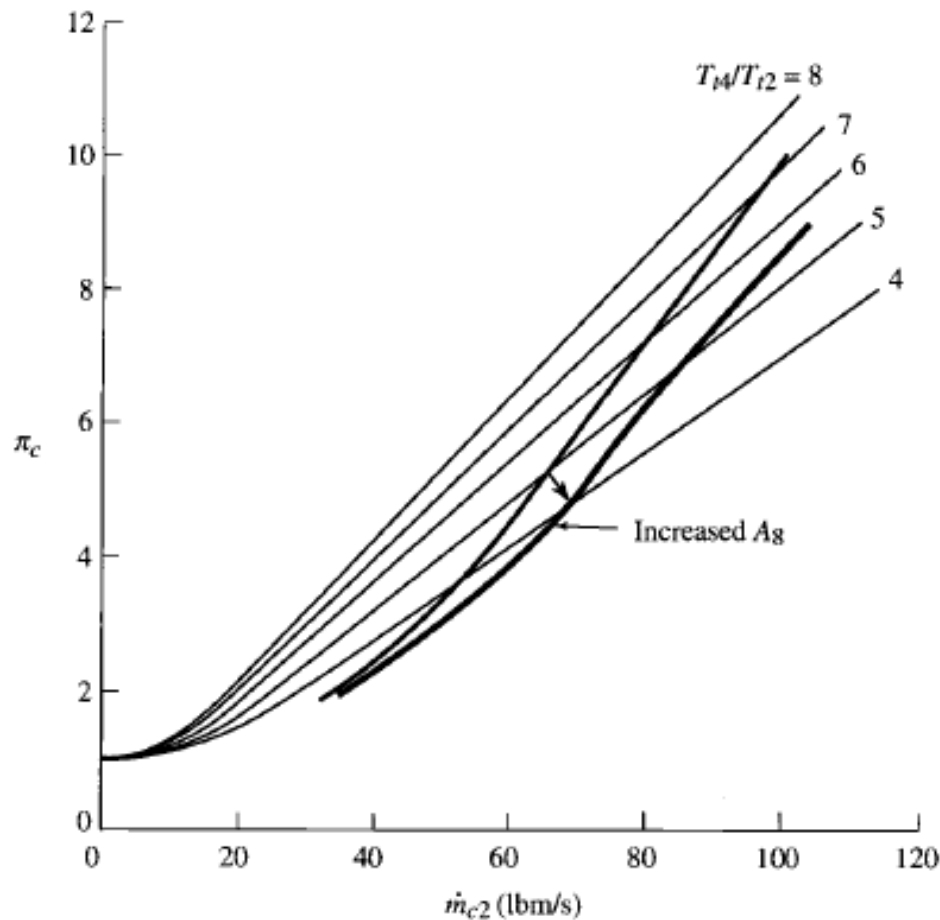
$$\pi_T = \left( A_8 / A_{WDT\_min} \right)^{\frac{2k}{2k - \eta_{T\_pol}(k-1)}}$$

Z równania:

$$\frac{T_{4t}}{T_{2t}} = \frac{C_p \left( \pi_C^{\frac{k \cdot \eta_{C\_pol}}{k-1}} - 1 \right)}{(1+f) C_{p_T} \left( 1 - \pi_T^{\frac{-k_T}{\eta_{T\_pol}(k_T-1)}} \right) \eta_m} = C_2 \left( \pi_C^{\frac{k \cdot \eta_{C\_pol}}{k-1}} - 1 \right)$$

Zwiększenie  $\pi_T$  powoduje zmniejszenie  $C_2$ , a w konsekwencji dla stałego  $T_{t2}$  powoduje to obniżenie  $T_{t4}$ .

# Linia współpracy T-S po zwiększeniu pola minimalnego dyszy wylotowej



W efekcie dla zadanego wydatku masowego zredukowanego spręż sprężarki maleje.

$$\frac{\pi_c}{\sqrt{\pi_c \frac{k \cdot \eta_{c\_pol}}{k-1} - 1}} = \frac{C_1}{\sqrt{C_2}} m_c$$

# Analiza silnika – charakterystyka obrotowa – metoda postępownia

Dla prowadzenia obliczeń z wykorzystaniem wskazanych wcześniej założeń niezbędnym jest:

- Znajomość sprawności zespołów silnika w warunkach obliczeniowych - przyjmuje się założenie, że dla zmiennej prędkości obrotowej są one na stałym poziomie
- Wyznaczony w warunkach pracy obliczeniowej: rozpręż na turbinie
- Wyznaczone dla warunków obliczeniowych pole minimalne wieńca dyszowego turbiny

# Analiza silnika – charakterystyka obrotowa

## Metodyka obliczeń

1. Zadaje się wartość temperatury gazów przed turbiną lub prędkości względnej  $n/n_{ob}$ , oraz przyjmuje się spręż sprężarki równy obliczeniowemu (lub ostatnia wartość sprężu), a ciśnienie spiętrzenia na wejściu do sprężarki wyznacza się z zadanych parametrów lotu
2. Dla stałego rozprężu na turbinie wyznacza się temperaturę za turbiną i pracę turbiny
3. **Wyznacza się spręż sprężarki dla zadanej pracy turbiny i parametrów powietrza na wlocie do silnika**
4. **Określa się względną ilość doprowadzonego do komory spalania paliwa**
5. W pętli realizuje się obliczenia od pkt 3 do 4 uwzględniając różnicę masy gazów przepływających przez turbinę i sprężarkę  $(1+f)$ . Obliczenia prowadzi się momentu uzyskania zgodności wyników z wynikami z kroku poprzedniego
6. Określa się wydatek powietrza przepływający przez turbinę
7. Weryfikuje się poprawność obliczeń sprawdzając, czy w dyszy wylotowej występuje krytyczny lub nadkrytyczny stosunek ciśnień – w przypadku, gdyby w przekroju minimalnym dyszy nie występował przepływ krytyczny, obliczenia wg podanego algorytmu tracą sens

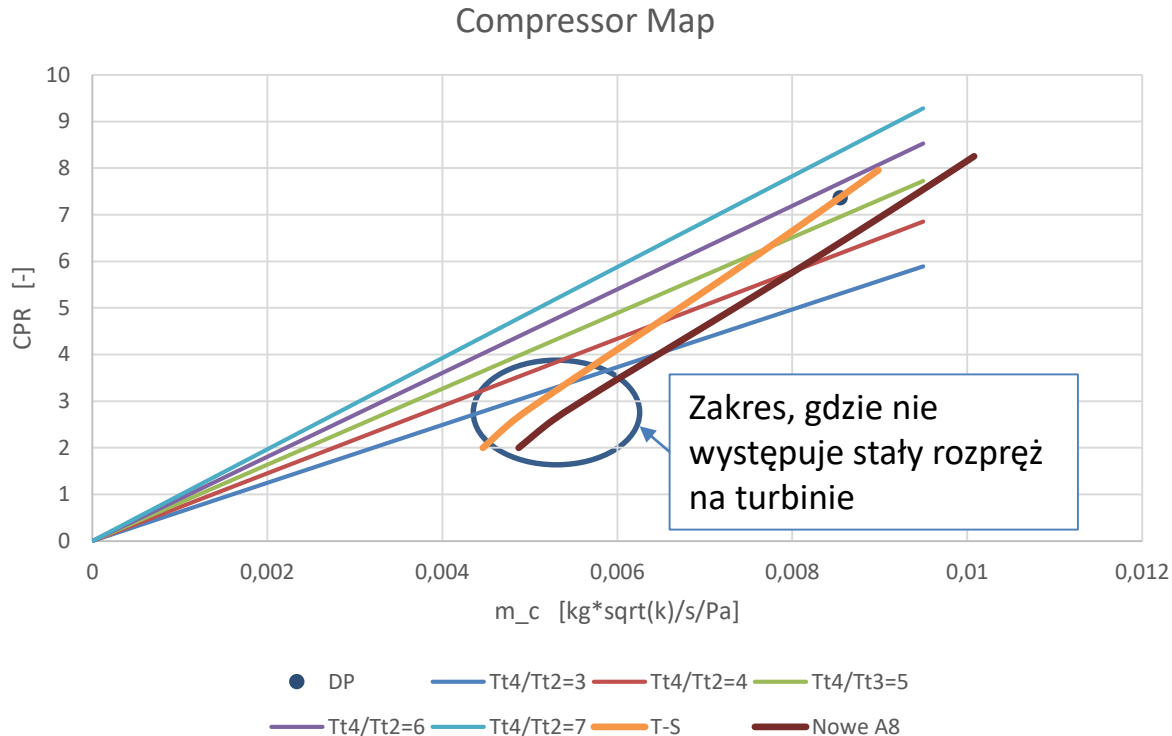


# Przykład praktyczny

- Rozwiązanie przykładowe wykonano dla silnika o następujących parametrach:
  - sprężu obliczeniowy 7,36;
  - Temperatura przed turbiną 1600 K
  - Wydatek masowy powietrza 50 kg/s
  - Sprawność politropowa sprężarki 0,9 i turbiny 0,88
  - Dysza o rozprężu zupełnym
- Warunków otoczenia:
  - Wysokość 0,
  - Prędkość lotu 0

# Mapa sprężarki z linią współpracy dla dwóch wartości pól wylotowych

[Link do pliku z obliczeniami: \(Dostępny tylko dla prowadzącego\)](#)



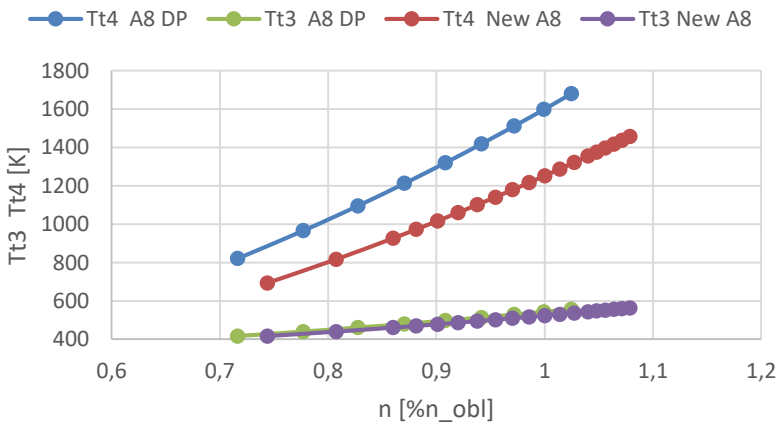
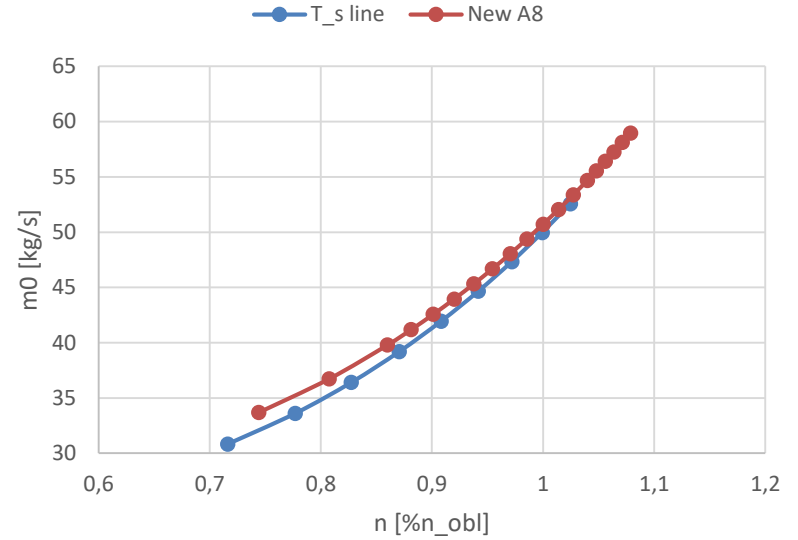
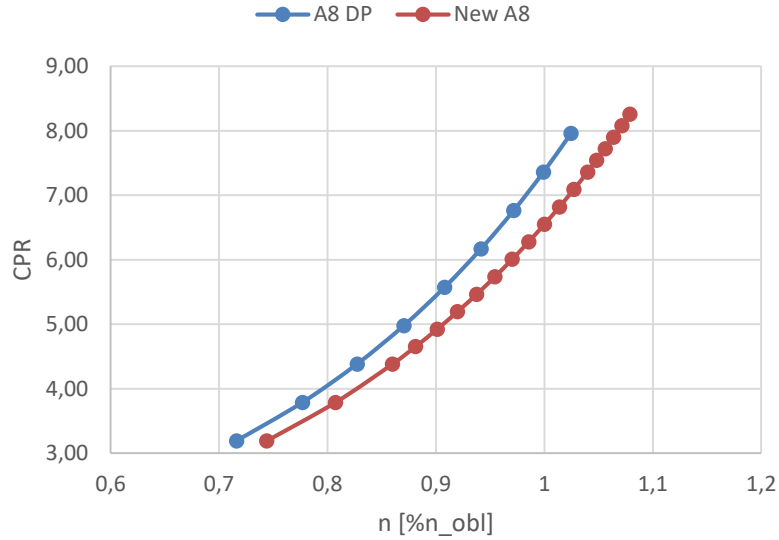
T-S – linia współpracy dla obliczeniowej wartości A8  
 Nowe A8 – linia współpracy dla zwiększonego o 10% pola przekroju A8

Parametr	DP	Nowe A8
A8	0,1363	0,1499
C	0,00286	0,00286
C2	6,476	5,4466
$\pi_T$	1,983	2,206

Zwiększenie pola przekroju minimalnego dyszy wylotowej powoduje obniżenie linii współpracy turbina sprężarka.

Przez analogię zmniejszenie pola przekroju wylotowego powoduje podniesienie linii współpracy w kierunku linii pompażu

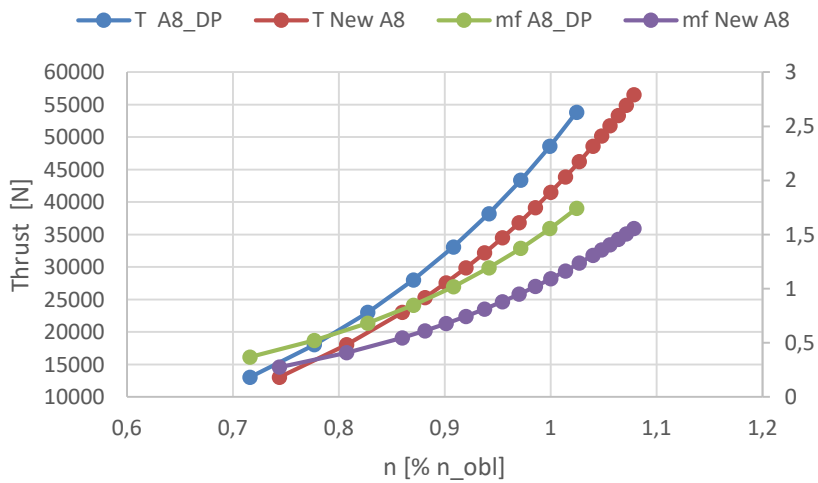
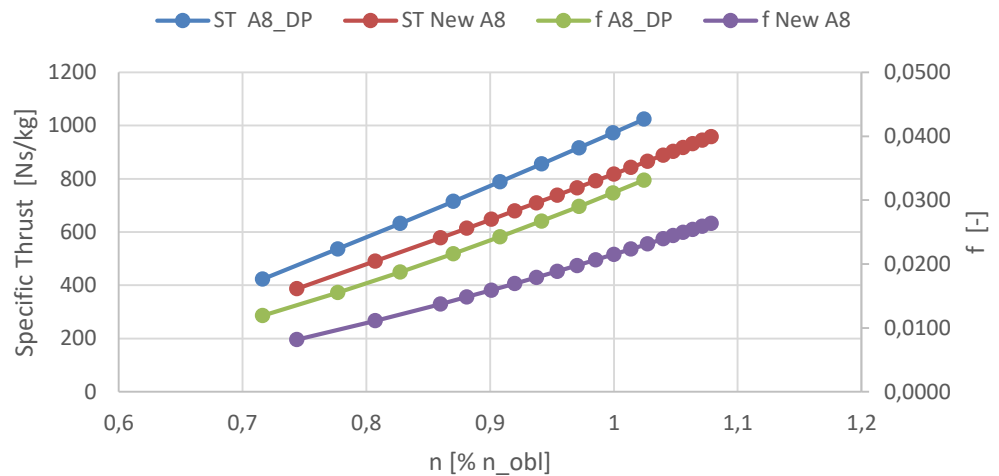
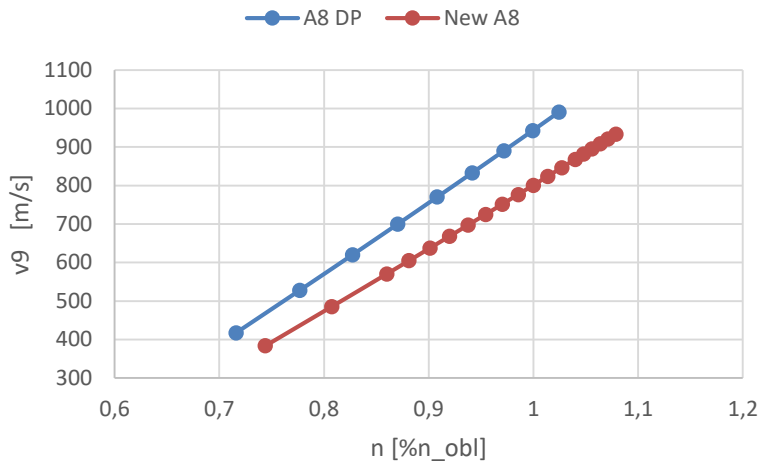
# Porównanie charakterystyk dla zmiany pola przekroju minimalnego dyszy



**Rozwarcie pola minimalnego dyszy wylotowej powoduje przy tej samej prędkości obrotowej:**

- Obniżenie sprężu sprężarki i zwiększenie rozprężu na turbinie
- Obniżenie temperatury na wejściu do turbiny i bardzo nieznaczny spadek temperatury za sprężarką
- Wydatek masowy powietrza w górnym zakresie prędkości obrotowej jest na tym samym poziomie

# Analiza osiągnięć silnika po zmianie przekroju dyszy



**Zwiększenie pola minimalnego dyszy wylotowej powoduje:**

- Zmniejszenie prędkości gazów wylotowych
- Zmniejszenie ciągu jednostkowego i względnego zużycia paliwa
- Zmniejszenie ciągu silnika i zużycia paliwa

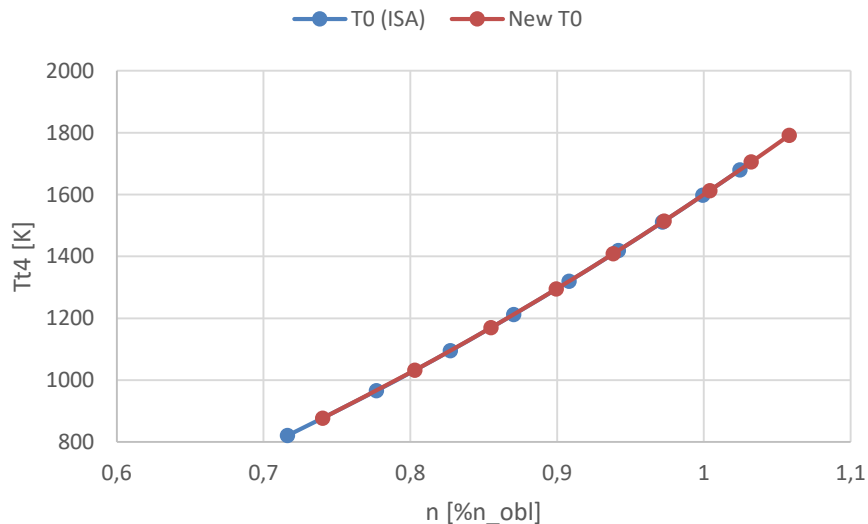
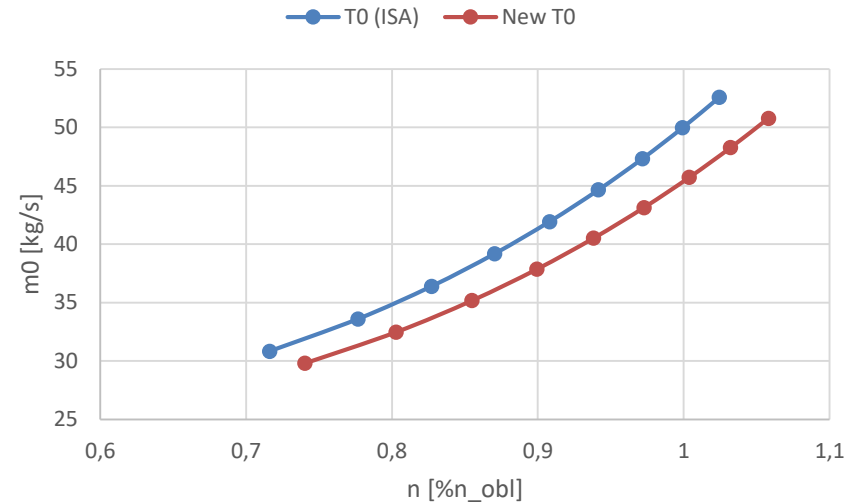
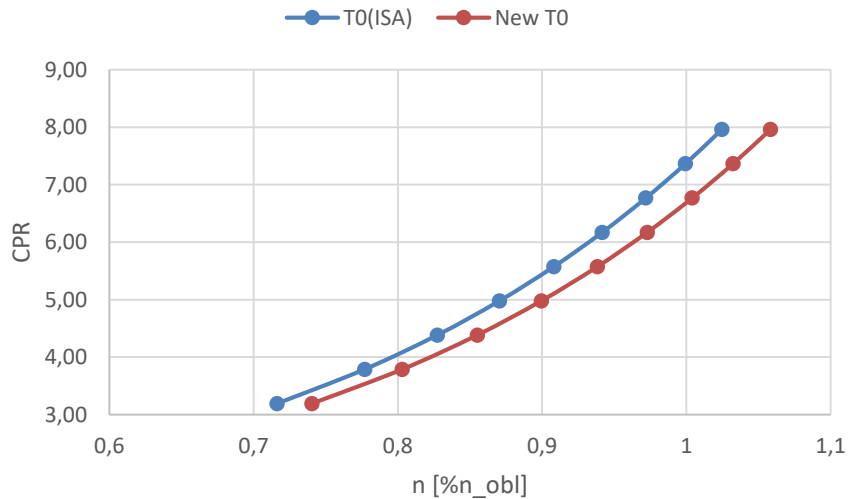
# Analiza wpływu parametrów otoczenia na pracę silnika

## Wpływ zmiany temperatury otoczenia

Zostaną pokazane wyniki analizy wzrostu temperatury otoczenia względem ISA o +20K  $T_0=308$  K i porównane z wynikami dla ISA. Zmiana temperatury otoczenia (czy ciśnienia otoczenia) nie wpływa na zmianę położenia linii współpracy Turbina-Sprężarka oraz parametry C i C2 i rozpręż na turbinie (charakterystyczne pola przekrojów przyjęto jako stałe)

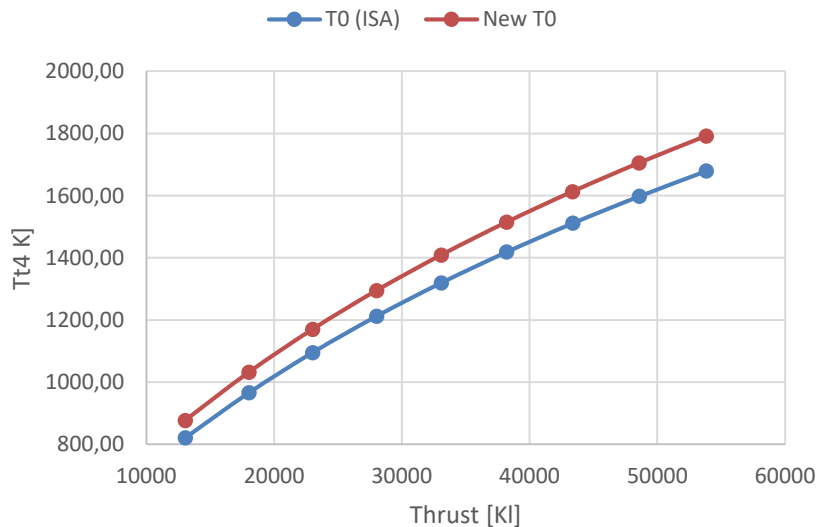
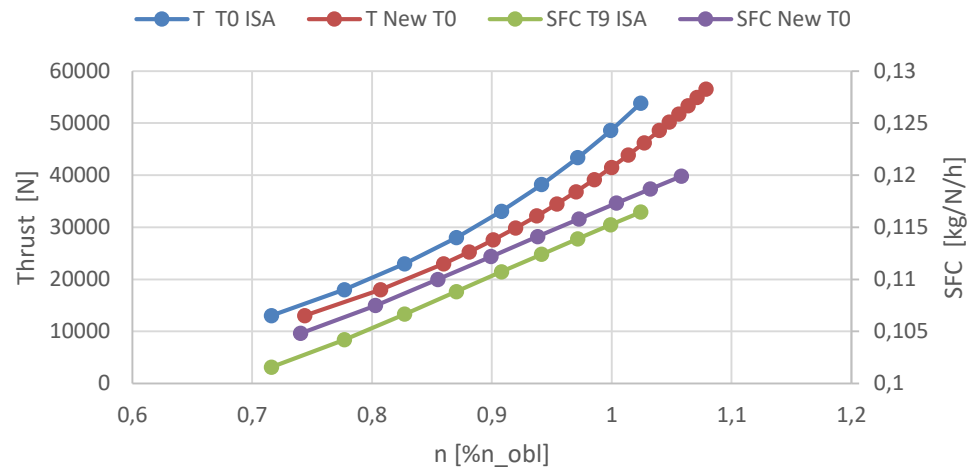
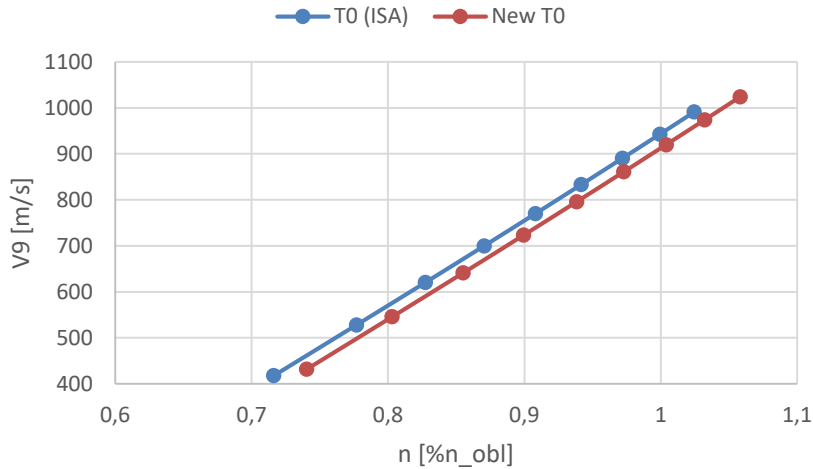
Parametr	DP
A8	0,1363
C	0,00286
C2	6,476
$\pi_T$	1,983

# Wpływ zwiększenia temperatury otoczenia



- Zwiększenie temperatury otoczenia powoduje:**
- Obniżenie sprężu sprężarki (prędkość dla tego samego sprężu  $n = \sqrt{T_2} n_{2_C}$ )
  - Obniżenie wydatku masowego uwzględniając ze wzrostu prędkości i zmniejszenia wydatku  $m_0 = m_{2_C} / \sqrt{T_2}$
  - Temperatura na wlocie do turbiny w funkcji prędkości obrotowej dla zwiększonej temperatury otoczenia nie ulega zmianie.

# Wpływ zwiększenia temperatury otoczenia

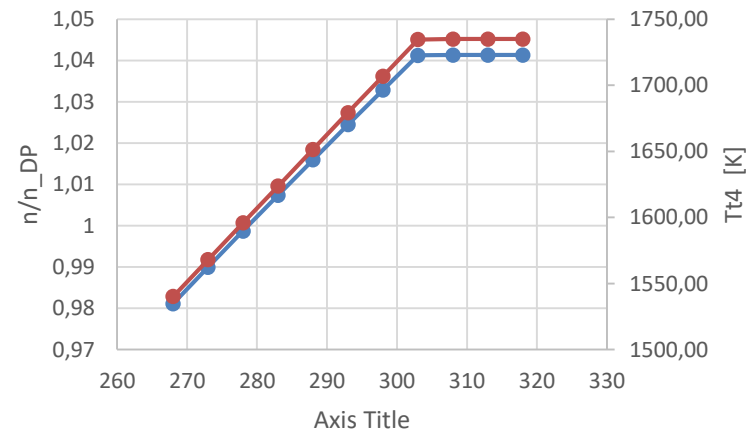
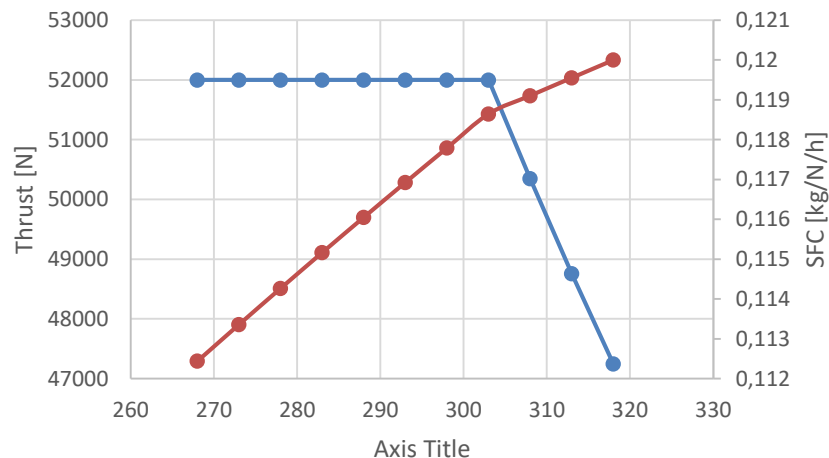


## Zwiększenie temperatury otoczenia powoduje:

- Zmniejszenie prędkości gazów wylotowych, poprzez zmniejszenie ciśnienia w silniku
- Zmniejszenie ciągu i wzrost jednostkowego zużycia paliwa
- Określony ciąg osiągnąć jest przy wyższej temperaturze przed turbiną

# Wpływ temperatury otoczenia - podsumowanie

- Zwiększenie temperatury otoczenia nie jest korzystne, bo powoduje, że ten sam ciąg osiągnąć jest przy większej prędkości obrotowej przy tym wyższa jest temperatura gazów przed turbiną i jednostkowe zużycie paliwa
- W praktyce zapewniany jest stały ciąg startowy, który jest utrzymywany do pewnej temperatury otoczenia. Po przekroczeniu jej w silniku utrzymywana jest stała temperatura przed turbiną powodując zmniejszenie prędkości obrotowej oraz ciągu silnika.
- Przykład charakterystyki silnika od  $T_0$ , gdy założenie jest że ciąg startowy wynosi 52 kN i jest utrzymywany do temp.  $T_0$  ISA+15K



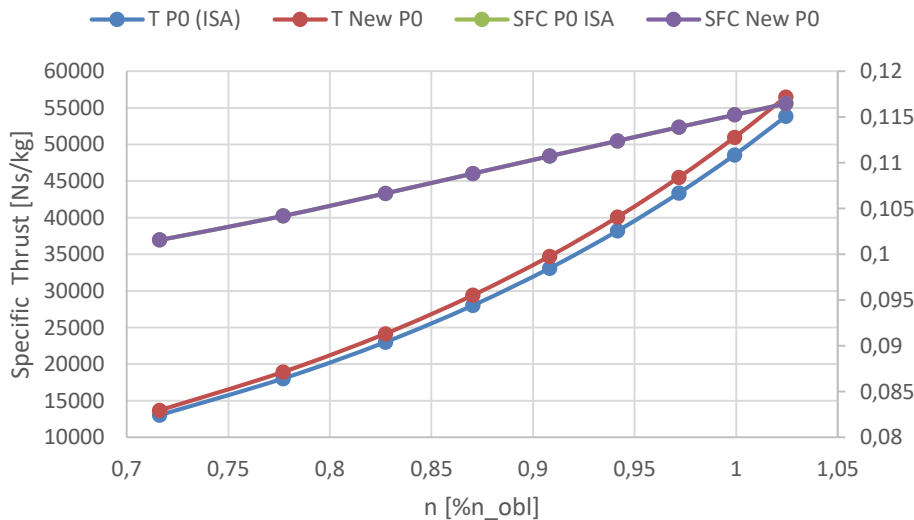
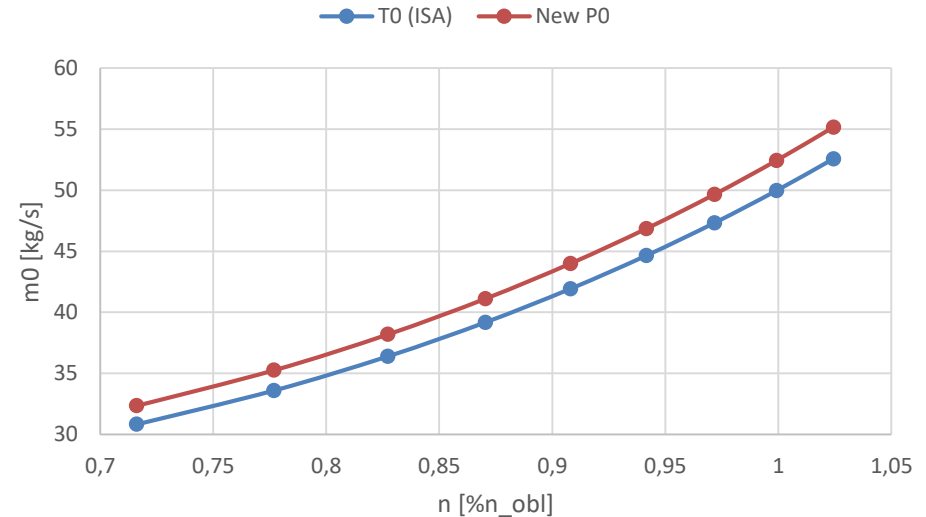
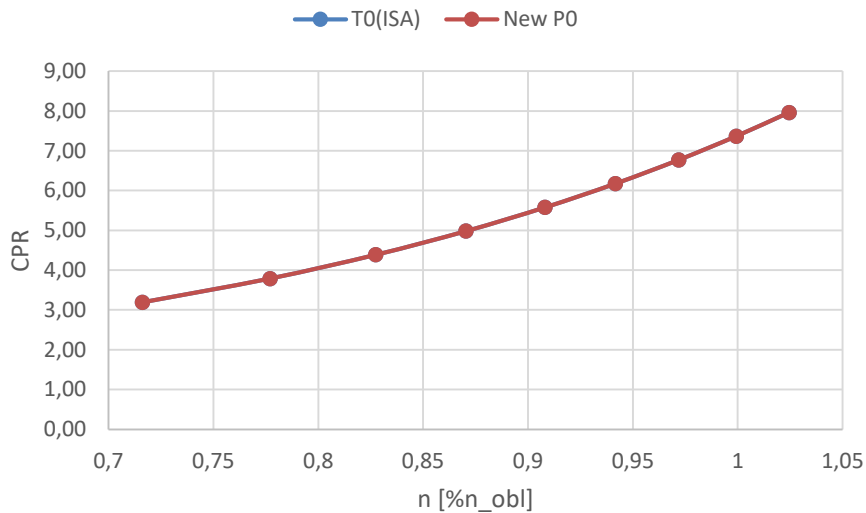


# **Analiza wpływu parametrów otoczenia na pracę silnika**

## **Wpływ zmiany ciśnienia otoczenia**

Zostaną pokazane wyniki analizy wzrostu ciśnienia otoczenia względem ISA o +5 kPa  $P_0=106,3$  kPa i porównane z wynikami dla ISA ( $T_0=288$ K). Zmiana ciśnienia nie wpływa na zmianę położenia linii współpracy Turbina-Sprężarka oraz parametry C i C2 i rozpręż na turbinie

# Wpływ zwiększenia ciśnienia otoczenia



## Zwiększenie ciśnienia otoczenia powoduje:

- Zwiększenie wdatku masowego przepływu w silniku, nie powodując zmiany temperatury gazu i sprężu silnika
- Nie powoduje zmiany jednostkowego zużycia paliwa, ale powoduje wzrost ciągu silnika